Junio 2024

## PROBLEMA 1 (ONDAS)

a) Calcular $k$ y $\phi$:

**DATOS**

$V_p = 350 \text{ m/s}$

$\omega = 10\pi \text{ rad/s}$

$y(0,0) = 2'5 \text{ m}$

$v(0,0) < 0$

$A = 5 \text{ m}$

$$\boxed{k = \frac{\omega}{V_p} = \frac{10\pi}{350} \simeq 0'09 \text{ rad/m}}$$

$$y(0,0) = 2'5 = 5 \operatorname{sen}(0'09\cdot 0 - 10\pi\cdot 0 + \phi)$$

$$\frac{2'5}{5} = \operatorname{sen}\phi = 1/2$$

$$\boxed{\phi = \operatorname{sen}^{-1} 1/2 = \pi/6 \text{ rad}}$$

b) $$v(x,t) = \frac{dy(x,t)}{dt} = -10\pi\cdot 5\cos(0'09x - 10\pi t + \pi/6)$$

$$\boxed{v(0,0) = -10\pi\cdot 5\cdot\cos\pi/6 \simeq -136'03 \text{ m/s}}$$

$$|V_{máx}| \rightarrow \cos(\quad) = 1 \rightarrow \boxed{|V_{máx}| = 10\pi\cdot 5 = 50\pi \simeq 157'08 \text{ m/s}}$$

c) $$a(x,t) = \frac{d^2y(x,t)}{dt^2} = -(-10\pi)^2\cdot 5\cdot\operatorname{sen}(0'09x - 10\pi t + \pi/6)$$

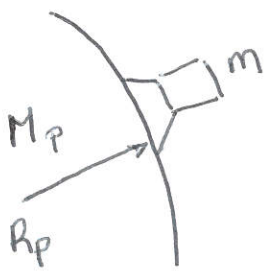
$$a(x,t) = -(-10\pi)^2 y(x,t)$$

$$\boxed{|a_{máx}| = (10\pi)^2 y_{max} = (10\pi)^2\cdot 5 = 500\pi^2 \simeq 4934'8 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \omega\Delta t = 10\pi\cdot 0'025 = \frac{\pi}{4} \simeq 0'79 \text{ rad}}$$

---

## PROBLEMA 2 (GRAVITACIONAL)




**DATOS**

$m = 50.000 \text{ Kg}$

$M_p = 3'3\cdot 10^{23} \text{ Kg}$

$R_p = 2'44\cdot 10^6 \text{ m}$

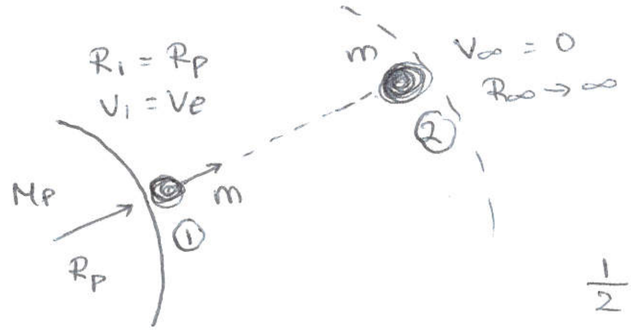
a) $$g_p = \frac{G M_p}{R_p^2}$$

$$g_p = \frac{6'67\cdot 10^{-11}\cdot 3'3\cdot 10^{23}}{(2'44\cdot 10^6)^2}$$

$$\boxed{g_p = 3'70 \text{ m/s}^2}$$

$$\boxed{P_m = m\cdot g_p = 5\cdot 10^4\cdot 3'7 = 1'85\cdot 10^5 \text{ N}}$$

b) El campo gravitatorio es un campo conservativo, en el que se cumple $Em = Ec + Ep \equiv cte$. Si consideramos une nave con velocidad Ve desde la superficie que alcance el ∞ con $V_\infty = 0$:



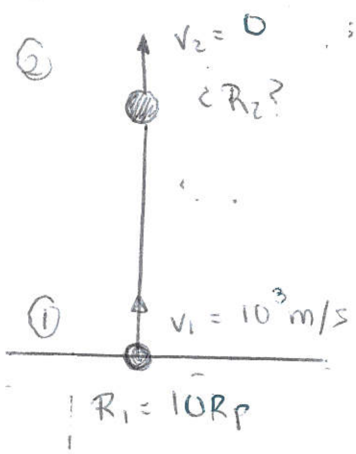

$$Em_1 = Em_2$$

$$Ec_1 + Ep_1 = Ec_2 + Ep_2$$

$$\frac{1}{2} m Ve^2 - G\frac{M_p m}{R_p} = \frac{1}{2} m \cancel{V_2}^{2} - G\frac{\cancel{M_p m}}{\cancel{R_2}_{\infty}}$$

$$\frac{1}{2} \cancel{m} Ve^2 - G\frac{M \cancel{m}}{R_p} = 0 \longrightarrow Ve = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6'67 \cdot 10^{-11} \cdot 3'3 \cdot 10^{23}}{2'44 \cdot 10^6}}$$

$$\boxed{Ve = 4247'56 \ m/s}$$

c) 


- Utilizando la conservación de Em y suponiendo que la nave no acelera en el proceso, buscamos en que $R_2$ la velocidad de la nave sea 0, momento en el que comenzará la caída. Sabiendo que el $R_1$ es la altura más el $R_p \to R_1 = 9R_p + R_p = 10R_p$

$$Em_1 = Em_2 \to \frac{1}{2}\cancel{m}V_1^2 - \frac{GM_p\cancel{m}}{10R_p} = \frac{1}{2}m\cancel{V_2}^{2} - \frac{GM_p\cancel{m}}{R_2}$$

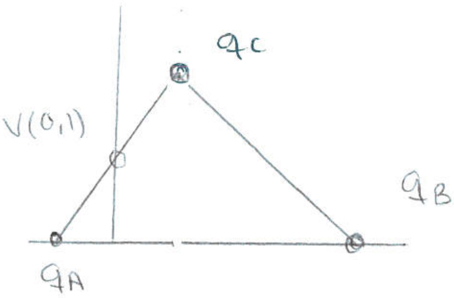
$$\frac{1}{2}\cdot(10^3)^2 - \frac{6'67\cdot10^{-11}\cdot 3'3\cdot10^{23}}{10\cdot 2'44\cdot10^6} = -6'67\cdot10^{-11}\frac{3'3\cdot10^{23}}{R_2}$$

$$-4'02\cdot10^5 = \frac{-2'20\cdot10^{13}}{R_2}$$

$$\boxed{R_2 = 5'48\cdot10^7 \simeq 54800 \ Km}$$

PROBLEMA 3 (CAMPO ELÉCTRICO)

a) Calcular $q_C$:




DATOS: $q_A = q_B = 2\mu C = 2\cdot 10^{-6} C$

$V(0,1) = 1685'9 \ V$

$d_A(0,1) = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \ m$

$d_B(0,1) = \sqrt{2^2+1^2} = \sqrt{5} \ m$

$d_C(0,1) = \sqrt{1^2+1^2} = \sqrt{2} \ m$

$\circ \ V = K\cdot \frac{q}{d}$

El potencial en (0,1) se puede expresar como la suma de los potenciales de cada carga (P. superposición)

$$V_T(0,1) = V_A(0,1) + V_B(0,1) + V_C(0,1)$$

$$1685'9 = 9\cdot 10^9 \left( \frac{2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{2}} + \frac{2\cdot 10^{-6}}{\sqrt{5}} + \frac{q_C}{\sqrt{2}} \right)$$

$$\boxed{q_C \simeq -3\cdot 10^{-6} C}$$

b) Comenzamos por calcular los potenciales en el punto (1,0) con $q_C$ por superposición. (las d cambian)

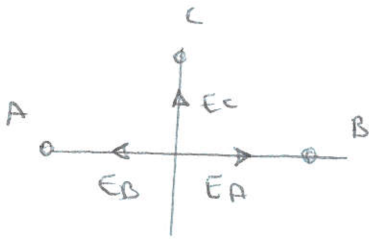
$$\boxed{V_T(1,0) = 9\cdot 10^9 \left( \frac{2\cdot 10^{-6}}{2} + \frac{2\cdot 10^{-6}}{1} - \frac{3\cdot 10^{-6}}{2} \right) = 1'35\cdot 10^4 V}$$

$$\boxed{W_{(0,1)\to(1,0)} = -q\left(V_{(1,0)} - V_{(0,1)}\right) = -5\cdot 10^{-6}\left(1'35\cdot 10^4 - 1685'9\right) \simeq -0'06 J}$$

Al ser el trabajo negativo deberá ser realizado por una fuerza externa y el movimiento no será espontáneo

c) → Tomamos como criterio que los campos "salen" de $q+$ y señalan a las $q^-$ y debido a la geometría del problema vemos que:

$\bar{E} = K\cdot \frac{q}{d^2}\bar{u}_r$




$\bar{E}_A = |\bar{E}_A|\vec{i} \quad \bar{E}_B = -|\bar{E}_B|\vec{i} \quad \bar{E}_C = |\bar{E}_C|\vec{j}$

Teniendo en cuenta el P. Superposición:

$$|\bar{E}_A| = 9\cdot10^9 \cdot \frac{2\cdot10^{-6}}{2^2} = 4'5\cdot10^3 \ N/C$$

$$|\bar{E}_B| = 9\cdot10^9 \cdot \frac{2\cdot10^{-6}}{1^2} = 1'8\cdot10^4 \ N/C$$

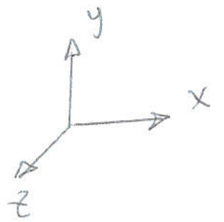
$$|\bar{E}_C| = 9\cdot10^9 \cdot \frac{3\cdot10^{-6}}{2^2} = 6'75\cdot10^3 \ N/C$$

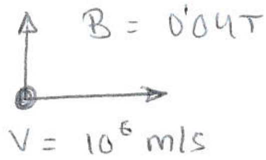
$$\bar{E}_T = (E_A - E_B)\bar{i} + E_C\bar{j}$$

$$\boxed{\bar{E}_T = (-1'3\cdot10^4\,\bar{i} + 6'75\cdot10^3\,\bar{j})\ \frac{N}{C}}$$

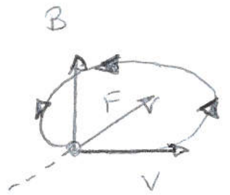
---

PROBLEMA 4 (CAMPO MAGNÉTICO)




a) Según la Fuerza de Lorentz $\bar{F} = q(\bar{v}\times\bar{B})$ y teniendo en cuenta un $e^-$ con la carga negativa aparecerá una fuerza en sentido negativo de z, realizando una trayectoria circular en el plano XZ en sentido antihorario




$$\bar{F} = -1'6\cdot10^{-19}\begin{vmatrix} i & j & k \\ 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0'04 & 0 \end{vmatrix} = -1'6\cdot10^{-19}\cdot10^6\cdot0'04\ \bar{k}$$

$$\boxed{\bar{F} = 6'4\cdot10^{-19}\ N}$$

b) Segunda ley de Newton del movimiento circular

$$F = m\cdot a_c \rightarrow F_m = m_e\cdot a_c = m_e\cdot\frac{v^2}{R}$$

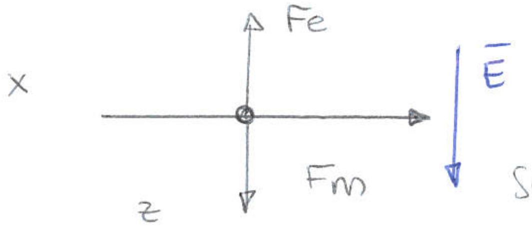
$$q_e\cancel{v}B = m_e\frac{v^{\cancel{2}}}{R} \rightarrow R = \frac{m_e v}{q_e B} = \frac{9'1\cdot10^{-31}\cdot10^6}{1'6\cdot10^{-19}\cdot0'04}$$

$$\boxed{R \simeq 1'42\cdot10^{-4}\ m}$$

∘ Teniendo en cuenta la trayectoria circular

$$v = \frac{2\pi R}{T} \rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi\cdot1'42\cdot10^{-4}}{10^6} \simeq 8'92\cdot10^{-10}\ s}$$

c) Teniendo en cuenta el sentido aplicado en el apartado anterior y la primera ley de Newton




$Fe - Fm = 0 \rightarrow Fe = Fm$

Sabiendo que $\bar{Fe} = q\,\bar{Fm}$ y que la carga del $e^-$ es negativa, tendremos que aplicar un campo en sentido contrario a la $\bar{Fe}$ deseada, de módulo:

$$Fe = Fm \rightarrow \cancel{q}E = \cancel{q}vB \rightarrow \boxed{E = vB = 10^6 \cdot 0'04 = 4 \cdot 10^4 \; N/C}$$

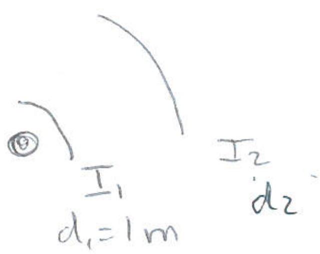
---

Cuestiones

5. Sí, sería posible calcularla, ya que el periodo de oscilación del M.A.S que resultaría de dicho experimento tiene la expresión $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, o despejando m: $m = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot k$. Podría calcular T con el número de oscilaciones y el tiempo que tarda y sustituir los resultados. Sí, se obtendrían los mismos resultados en la Luna, ya que depende de su masa, no de su peso, que es invariante.

6. $\beta = 10 \log I/I_0 \rightarrow I_1 = I_0 \cdot 10^{\beta/10} = I_0 \cdot 10^{15}$

$\rightarrow I_2 = I_0 \cdot 10^{6'5}$

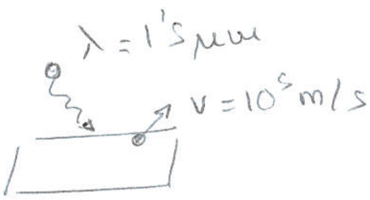



$I_1 \cdot d_1^2 = I_2 \cdot d_2^2$

$\cancel{I_0} 10^{1'5} \cdot 1^2 = \cancel{I_0} 10^{6'5} \cdot d_2^2$

$$\boxed{d_2 = \sqrt{\frac{10^{1'5}}{10^{6'5}}} = 17782'8 \text{ m}}$$

(7)




$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \cdot 10^8}{1'5 \cdot 10^{-6}} = 2 \cdot 10^{14} Hz$

$h \cdot f = \phi + \frac{1}{2} m_e v_e^2$

$\phi = hf - \frac{1}{2} m_e v_e^2$

$\phi = h \cdot f_u$

$\phi = 6'63 \cdot 10^{-34} \cdot 2 \cdot 10^{14} - \frac{1}{2} 9'11 \cdot 10^{-31} (10^5)^2$

$\left[ f_u = \frac{\phi}{h} = 1'93 \cdot 10^{14} Hz \right]$ $\left[ \phi = 1'28 \cdot 10^{-19} J \right]$

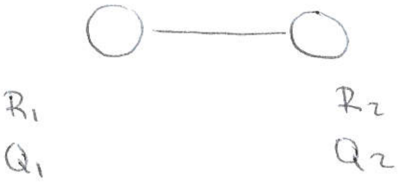
(8)

$A = A_0 e^{-\lambda t}$ ; $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} = 1'21 \cdot 10^{-4}$ años

$10'93 = 13'6 \cdot e^{-1'21 \cdot 10^{-4} \cdot t}$

$\longrightarrow$ $\left[ t = [-1'21 \cdot 10^{-4}]^{-1} \ln \frac{10'93}{13'6} = 1806'27 \text{ años} \right]$

(9)




$R_1 = 0'8 \ m$ $R_2 = 0'4 m$ $Q_1 = Q_2 = 16 C$

Cuando se unen los potenciales se igualan y la carga se conserva:

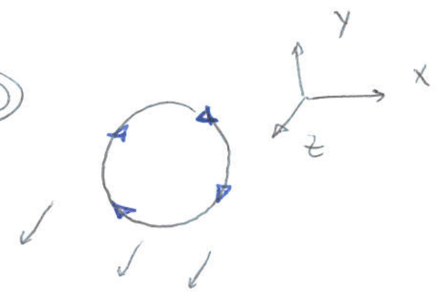
$\rightarrow Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' = 32$

$\rightarrow V_1' = V_2' \rightarrow \cancel{K} \frac{Q_1'}{R_1} = \cancel{K} \frac{Q_2'}{R_2} \rightarrow Q_1' R_2 = Q_2' R_1$

$\left[ Q_1' = Q_2' \frac{R_1}{R_2} = 2 Q_2' \right]$

$3 Q_2' = 32 \rightarrow \left[ Q_2' = 10'67 C \rightarrow Q_1' = 21'33 C \right]$

(10)



$B(t) = 0'014t^2\vec{k}$

• Aparecerá una corriente debido a ley de Faraday - Lenz $\varepsilon = -\dfrac{d\Phi}{dt} \rightarrow I = \varepsilon/R$ ; esto es debido a que se produce una variación de flujo ya de $\Phi = B(t)\cdot S\cdot \cos\alpha$, dependiente del tiempo. Como $B'(t) > 0 \ \forall t$ aparecerá una corriente que se oponga a este aumento de flujo, en este caso en sentido horario por la "ley del tornillo"

## CUESTION EXPERIMENTAL

(11)

$T = \dfrac{t_5}{5}$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $T_5$ | 4'95 | 5'02 | 5'12 | 4'92 | 4'89 | 4'91 |
| $T$ | 0'99 | 1'004 | 1'024 | 0'984 | 0'978 | 0'982 |

$[T_m = 0'99\,s]$

$$\left[ g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} = \frac{4\pi^2 \cdot 0'3}{(0'99)^2} = 12'08\ m/s^2 \right]$$

$L = 0'3\,m$

→ Si m fuera el doble no influiría en el cálculo de $g$, ya que sólo depende de $L$ y $T$.

(12) Ley de Snell $n_1 \operatorname{sen}\hat{i} = n_2 \operatorname{sen}\hat{r}$ $\quad n_1 = 1$ (aire)

a) $n_1 \cdot \operatorname{sen} 30 = n_2 \cdot \operatorname{sen} 20 \rightarrow [n_2 = 1'462$

b) $n_2 \cdot \operatorname{sen} 30 = n_1 \operatorname{sen} 45 \rightarrow n_2 = 1'414]$

No son el mismo vidrio, tienen distinto n.

° En el caso c) no se observa refracción ya que se ha rebasado el ángulo límite, formando el fenómeno de reflexión total