Evaluación para el acceso a la Universidad

Curso 2023/2024 (Junio)

Materia: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II

SECCIÓN 1

Bloque 1:

1. $x \Rightarrow$ tamaño folio $y \Rightarrow$ tamaño cuartilla

a) Función objetivo

$B(x,y) = 2'10x + 1'50x$

Restricciones

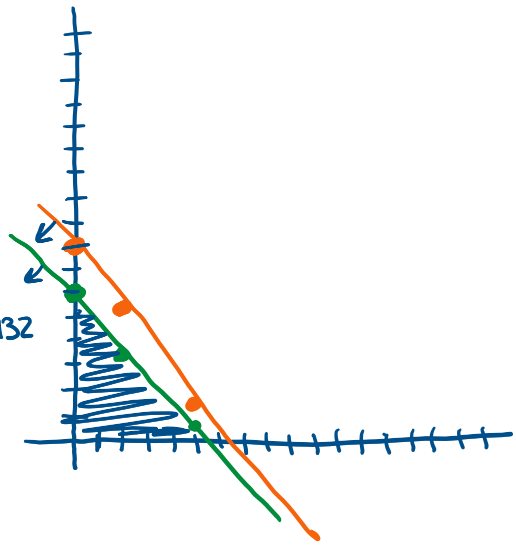
$$\left.\begin{array}{l} 0'2x + 0'15y \leq 270 \\ 0'3x + 0'27y \leq 432 \end{array}\right\}$$

$0'2x + 0'15y = 270$

x	y
0	1800
200	$1533,\hat{3}$
500	$1133,\hat{3}$

$0'3x + 0'27y = 432$

x	y
0	1600
200	$1377,\hat{7}$
500	1044,4



b) $V_1 = (0, 1600)$
$V_2 = (0, 0)$
$V_3 = (1440, 0)$

$B(V_1) = 2'10 \cdot 0 + 1'5 \cdot 1600 = 2400$ €

$B(V_2) = 2'10 \cdot 0 + 1'5 \cdot 0 = 0$ €

$B(V_3) = 2'10 \cdot 1440 + 1'5 \cdot 0 = \boxed{3024 €}$

Para que el beneficio sea máximo deben fabricar 1440 carpetas tamaño folio y ninguna tamaño cuartilla.

2.

$x \to$ oro
$y \to$ plata
$z \to$ bronce

a) $x+y+z=36$
$z=3x$
$z+2=2(y-2)$

$$\left.\begin{cases} x+y+z=36 \\ 3x-z=0 \\ 2y-z=6 \end{cases}\right\}$$

b)
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 3 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 6 \end{array}\right) F_2=F_2-3F_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -3 & -4 & -108 \\ 0 & 2 & -1 & 6 \end{array}\right) F_3=3F_3+2F_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 36 \\ 0 & -3 & -4 & -108 \\ 0 & 0 & -11 & -198 \end{array}\right) \longrightarrow -3y-4\cdot(18)=-108$$

$$\boxed{y=12}$$

$-11z=-198$

$z=\frac{-198}{-11}=\boxed{18}$

$x+12+18=36$

$\boxed{x=6}$

Bloque 2:

1.

a) CONTINUIDAD $x=3$

$\lim_{x\to3^-} -(x+(t-3))^2+(t+27)=$

$=\lim_{x\to3^-} -(x^2+2x(t-3)+(t-3)^2)+t+27=$

$=\lim_{x\to3^-} -(x^2+2xt-6x+t^2-6t+9)+t+27=$

$=\lim_{x\to3^-} -x^2-2xt+6x-t^2+6t-9+t+27=$

$=-(3)^2-2(3)t+6\cdot(3)-t^2+6t-9+t+27=$

$=-9-\cancel{6t}+18-t^2+\cancel{6t}-9+t+27=$

$=-t^2+t+27$

$\lim_{x\to3^+} -\frac{1}{3}x^3-tx^2+5x-3=\frac{1}{3}(3)^3-t(3)^2+5\cdot(3)-3=$

$=-9-9t+15-3=-9t+3$

$f(3)=-t^2+t+27$

Para que f(x) sea continua:

$-t^2+t+27=-9t+3$

$-t^2+10t+24=0$

$\boxed{t=12}$ $\boxed{t=-2}$

b) Para $t=-2$:

$$f(x)=\begin{cases}-(x+(-2-3)^2+(-2+27)=-x & \text{si } 0\leq x\leq 3\\ -\frac{1}{3}x^3-(-2)x^2+5x-3=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+5x-3 & \text{si } x>3\end{cases}$$

Máximo a partir del tercer año:

$f'(x)=-\frac{3}{3}x^2+4x+5=-x^2+4x+5$

$-x^2+4x+5=0$

$\boxed{x=5}$ $\boxed{x=-1}$ ↳ No incluido

$f'(4)=5$ ↗ 5 ↘ $f'(6)=-7$

máximo en $x=5$

Se obtiene la mayor rentabilidad en el año 5.

b) Creciente: $[3,5)$
Decreciente: $(5,+\infty)$

2. $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx$

$f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$

E.R. $(-1,0)$

recta tg en $x=0$ → $y=x$

$f'(-1)=0$

$4(-1)^3+3a(-1)^2+2b(-1)+c=0$

$-4+3a-2b+c=0$

$\boxed{3a-2b+c=4}$

$f(-1)=0$

$(-1)^4+a(-1)^3+b(-1)^2+c(-1)=0$

$1-a+b-c=0$

$\boxed{-a+b-c=0}$

$f'(0)=1$

$4\cdot 0^3+3\cdot a\cdot 0+2\cdot b\cdot 0+c=1$

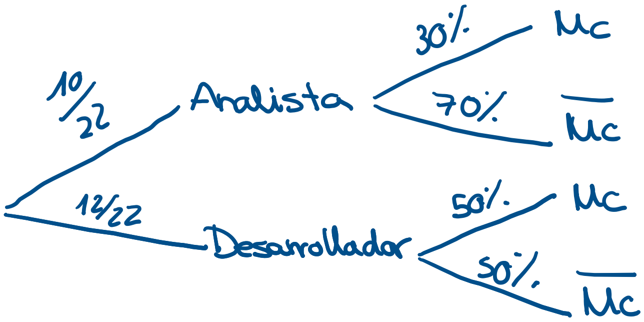
$\boxed{c=1}$

$\left.\begin{array}{l}3a-2b=3\\ -a+b=1\end{array}\right\}$ $\boxed{a=5}$ $\boxed{b=6}$

SECCIÓN 2:

Bloque 1:

3



a)

$P(\overline{Mc}) = P(A\cap\overline{Mc}) + P(D\cap\overline{Mc}) = \frac{10}{22}\cdot 0'7 + \frac{12}{22}\cdot 0'5 = \boxed{0'5\widehat{90}}$

b)

$P(D/Mc) = \frac{P(D\cap Mc)}{P(Mc)} = \frac{\frac{12}{22}\cdot 0'5}{(1-0'590)} = \boxed{0'\widehat{6}}$

4.

$n = 144$

$\overline{X} = 142 \text{ ms}$

$\sigma = 42 \text{ ms}$

a) $\text{conf} = 0'9464$

$\alpha = 1 - 0'9464 = 0'0536$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0'0536}{2} = 0'0268$

$\text{Prob} = 1 - 0'0268 = 0'9732$

$z_{\alpha/2} = 1'93$

$IC = \left[\overline{X} - z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}} ; \overline{X} + z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

$IC = \left[144 - 1'93\cdot\frac{42}{\sqrt{144}} ; 144 + 1'93\cdot\frac{42}{\sqrt{144}}\right]$

$\boxed{IC = [137,245 ; 150,755]}$

b) $E < 8\text{ms}$ $\quad\text{conf} = 0'9412$

$\alpha = 1 - 0'9412 = 0'0588$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0'0588}{2} = 0'0294$

$\text{prob} = 1 - 0'0294 = 0'9706$

$z_{\alpha/2} = 1'89$

$E = z_{\alpha/2}\cdot\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$\sqrt{n} = \frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}$

$n = \left(\frac{z_{\alpha/2}\cdot\sigma}{E}\right)^2$

$n = \left(\frac{1'89\cdot 42}{8}\right)^2 = 98'46 \approx \boxed{99}$

Bloque 2:

3.

x = voto Inés
y = voto Nerea
z = voto nulo

a) $\left.\begin{array}{l} 4y-3x=z+1 \\ x=y\cdot 1+7 \\ 0'05(x+y+z)=z \end{array}\right\} \left.\begin{array}{l} 3x-4y+z=-1 \\ x-y=7 \\ 0'05x+0'05y-0'95z=0 \end{array}\right\}$

b) $\boxed{x=32}$ $\boxed{y=25}$ $\boxed{z=3}$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 3 & -4 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 & 7 \\ 0'05 & 0'05 & -0'95 & 0 \end{array}\right) \qquad |M|=\begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0'05 & 0'05 & -0'95 \end{vmatrix}=-0'85$$

$$x=\frac{\begin{vmatrix} -1 & -4 & 1 \\ 7 & -1 & 0 \\ 0 & 0'05 & -0'95 \end{vmatrix}}{|M|}=\frac{-27'2}{-0'85}=\boxed{32}$$

$$y=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 1 & 7 & 0 \\ 0'05 & 0 & -0'95 \end{vmatrix}}{|M|}=\frac{-21'25}{-0'85}=\boxed{25}$$

$$z=\frac{\begin{vmatrix} 3 & -4 & -1 \\ 1 & -1 & 7 \\ 0'05 & 0'05 & 0 \end{vmatrix}}{|M|}=\frac{-2'55}{-0'85}=\boxed{3}$$

4.

a) $$A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C+A\cdot B=\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}}$$

b)
$$C^{-1}=\frac{1}{|C|}\cdot Adj(C)^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (AB)^{-1}=\frac{1}{|AB|}\cdot Adj(AB)^t=\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$|C|=\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}=1 \qquad |AB|=\begin{vmatrix} -2 & 7 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}=-6+7=1$$

$$Adj\,C=\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \qquad Adj\,AB=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$Adj\,C^t=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad Adj\,AB^t=\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C^{-1}+(AB)^{-1}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 1\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}3 & -7\\ 1 & -2\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}3 & -6\\ 0 & -1\end{pmatrix}}$$

$$(C+AB)^{-1}=\frac{1}{|C+AB|}\cdot Adj(C+AB)^t=\frac{1}{-3}\begin{pmatrix}3 & -6\\ 0 & -1\end{pmatrix}=\boxed{\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 0 & 1/3\end{pmatrix}}$$

$$|C+AB|=\begin{vmatrix}-1 & 6\\ 0 & 3\end{vmatrix}=-3$$

No son iguales

$$Adj(C+AB)=\begin{pmatrix}3 & 0\\ -6 & -1\end{pmatrix}$$

$$Adj(C+AB)^t=\begin{pmatrix}3 & -6\\ 0 & -1\end{pmatrix}$$

SECCIÓN 3:

Bloque 1:

5.

$P(M)=0'64$

$P(I)=0'72$

$P(M\cup I)=0'78$

a) $P(\overline{M})=1-P(M)=1-0'64=\boxed{0'36}$

$P(\overline{I})=1-P(I)=1-0'72=\boxed{0'28}$

$$P(M\cup I)=P(M)+P(I)-P(M\cap I)$$

$$0'78=0'64+0'72-P(M\cap I)$$

$$P(M\cap I)=0'64+0'72-0'78=\boxed{0'58}$$

$$P(\overline{M\cap I})=1-P(M\cap I)=1-0'58=\boxed{0'42}$$

$$P(\overline{M}\cup\overline{I})=P(\overline{M})+P(\overline{I})-P(\overline{M\cap I})=0'36+0'28-0'42=$$

$=\boxed{0'22}\longrightarrow$ 22% probabilidad de suspender alguna.

b) No son independientes, puesto que no se cumple $P(M\cap I)=P(M)\cdot P(I)$

6.

$\sigma^2 = 4 \rightsquigarrow \sigma = 2$

$n = 10$

$\bar{X} = 17$

a) conf=0'97

$\alpha = 1 - 0'97 = 0'03$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0'03}{2} = 0'015$

prob= $1 - 0'015 = 0'985$

$Z_{\alpha/2} = 2'17$

$IC = \left[17 - 2'17 \cdot \frac{2}{\sqrt{10}} ; 17 + 2'17 \cdot \frac{2}{\sqrt{10}}\right]$

$IC = [15'63 ; 18,37]$

b) Para el mismo nivel de confianza lograremos reducir la amplitud disminuyendo el error $\left(Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$ aumentando el tamaño muestral (n), puesto que es inversamente proporcional.

c) $E = Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

$E = 2 \cdot \frac{2}{\sqrt{81}} = \boxed{0'\hat{4}}$

$\alpha = 1 - 0'9544 = 0'0456$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0'0456}{2} = 0'0228$

prob= $1 - 0'0228 = 0'9772$

$Z_{\alpha/2} = 2$

Bloque 2:

5.

a) CONTINUIDAD en $x=2$

$\lim_{x \to 2^-} -(2x+t)^2 + (11+t) = \lim_{x\to 2^-} -(4x^2 - 4xt + t^2) + 11 + t =$

$= \lim_{x\to 2^-} -4x^2 + 4xt - t^2 + 11 + t = -4(2)^2 + 4\cdot(2)\cdot t - t^2 + 11 + t =$

$= -16 + 8t - t^2 + 11 + t = -t^2 + 9t - 5$

$\lim_{x \to 2^+} x^2 - 8x + 19 + t = 2^2 - 8\cdot(2) + 19 + t = 7 + t$

$f(2) = 7 + t$

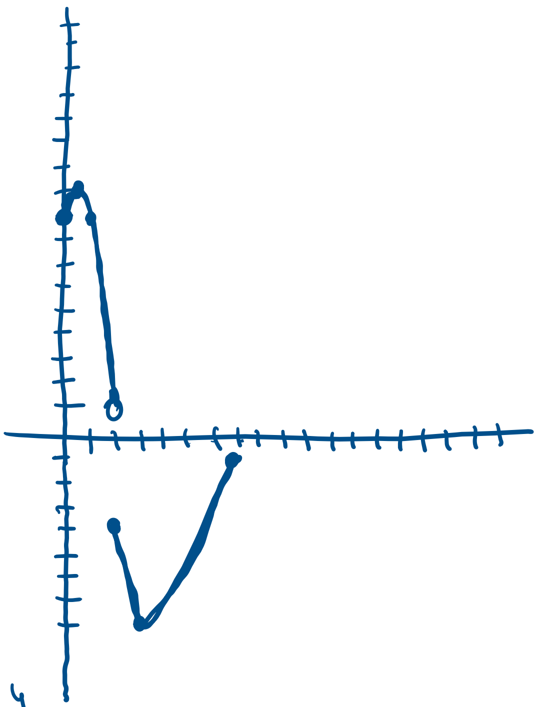
Para que f(x) sea continua:

$-t^2 + 9t - 5 = 7 + t$

$-t^2 + 8t - 12 = 0$ → $\boxed{t = 6}$, $\boxed{t = 2}$

b) $A(x) = \begin{cases} -(2x-1)^2 + (11-1) = -(4x^2-4x+1)+10 = \\ x^2-8x+19-11 \end{cases}$

$$\begin{cases} -4x^2+4x+9 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ x^2-8x+8 & \text{si } 2 < x \leq 7 \end{cases}$$



$f(x) = -4x^2+4x+9$

$V = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-4)} = \frac{1}{2}$

x	y
$\frac{1}{2}$	10
0	9
2	1

$f(x) = x^2-8x+8$

$V = \frac{-b}{2a} = \frac{8}{2 \cdot 1} = 4$

x	y
4	-8
2	-4
7	1

6.

$S(t) = -0'5 \cdot (2t^3 - 34t^2 - 3968t - 60)$

a)
$1982 - 1965 = 17$ años

$S(17) = -0'5(2 \cdot (17)^3 - 34 \cdot (17)^2 - 3968 \cdot (17) - 60) = \boxed{33758 \text{ socios}}$

b) $S'(t) = -0'5(6t^2 - 68t - 3968)$

$-0'5(6t^2 - 68t - 3968) = 0$

$\boxed{t = 32}$ $\qquad t = \frac{-62}{3}$ (No incluido)

0 $\quad f'(10) = 2024 \quad$ 32 $\quad f'(40) = -1456 \quad$ 53

$\nearrow$ máximo $\searrow$

El máximo número de socios se alcanza en el año 32
$f(32) = 48128$ socios.

$f(\ ) = 2000$ socios $\longrightarrow$ El mínimo número de socios será en el año 1, con 2000 socios.

$f(53) = 1028$ socios