

Evaluación para el acceso a la Universidad

Curso 2023/2024 (Julio)

Materia: Matemáticas aplicadas a las ciencias sociales II

SECCIÓN 1

Bloque 1:

1. $x \rightarrow$ kg plancha acero
 a) $y \rightarrow$ kg plancha aluminio

Restricciones

$$\left. \begin{aligned} 4x + 7y &\leq 200 \\ 60x + 48y &\leq 2088 \\ x &\geq 15 \\ y &\geq 10 \end{aligned} \right\}$$

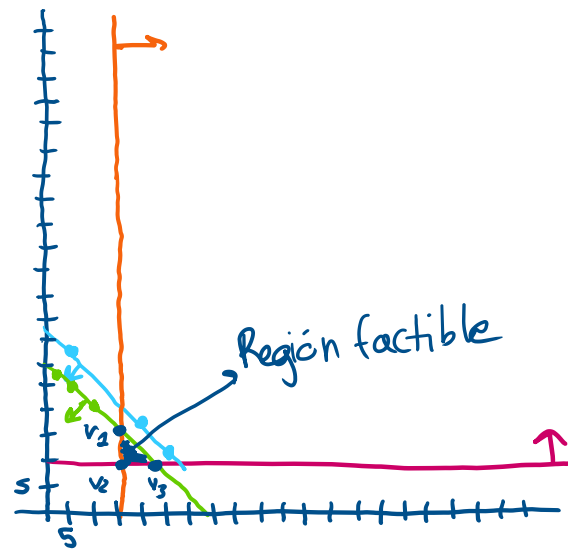
$f(x,y) = 45x + 30y$

$4x + 7y = 200$ ●

x	1	5	10
y	28	25'7	22'9

$60x + 48y = 2088$ ●

x	5	20	30
y	37'25	18'5	6



b) $v_1: \begin{cases} x=15 \\ 4x+7y=200 \end{cases} (15, 20)$

$v_2: \begin{cases} y=10 \\ x=15 \end{cases} (15, 10)$

$v_3: \begin{cases} y=10 \\ 4x+7y=200 \end{cases} (32'5, 10)$

$F(v_1) = 45 \cdot 15 + 30 \cdot 20 = 1275€$

$F(v_2) = 45 \cdot 15 + 30 \cdot 10 = 975€$

$F(v_3) = 45 \cdot 32'5 + 30 \cdot 10 = 1762,5€$ → Beneficio máximo
 32'5 kg de acero y
 10 kg de aluminio

2.

x → Torre de Abraham
y → Gasset
z → Azeitán

$$a) \left. \begin{array}{l} x + y + z = 156 \\ z = 2(x - y) \\ y = \frac{z}{3} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} x + y + z = 156 \\ 2x - 2y - z = 0 \\ 3y - z = 0 \end{array} \right\}$$

$$b) \left. \begin{array}{l} x + y + z = 156 \\ 2x - 2y - z = 0 \\ 3y - z = 0 \end{array} \right\} F_2 = F_2 - 2F_1 \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 156 \\ -4y - 3z = -312 \\ 3y - z = 0 \end{array} \right\} F_3 = 3F_3 - F_2$$

$$\left. \begin{array}{l} x + y + z = 156 \\ -4y - 3z = -312 \\ 13y = 312 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \boxed{y = 24} \\ -4 \cdot 24 - 3z = -312 \\ \boxed{z = 72} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \xrightarrow{\hspace{10em}} \\ \boxed{x = 60} \end{array}$$

Bloque 2

1.

a) Continuidad en $x=c$

$$\begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow c^-} 18x^2 - 100x + 162 = 18c^2 - 100c + 162 \\ \lim_{x \rightarrow c^+} -x^3 + 18x^2 - 96x + 162 = -c^3 + 18c^2 - 96c + 162 \\ f(c) = 18c^2 - 100c + 162 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Para que sea continua:} \\ 18c^2 - 100c + 162 = -c^3 + 18c^2 - 96c + 162 \\ c^3 - 4c = 0 \\ c(c^2 - 4) = 0 \\ \boxed{c=0} \quad \boxed{c=2} \quad \boxed{c=-2} \end{array} \right\}$$

Según los intervalos establecidos las acciones se comportan de manera continua el día 2.

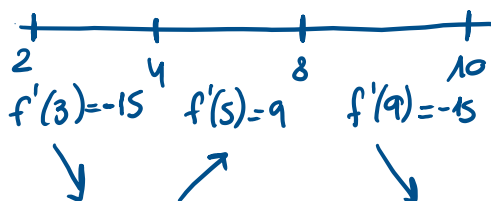
b)

$$f'(x) = \begin{cases} 36x - 100 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ -3x^2 + 36x - 96 & \text{si } 2 < x < 10 \end{cases}$$

E.R para $2 < x < 10$

$$-3x^2 + 36x - 96 = 0$$

$$\boxed{x=8} \quad \boxed{x=4}$$



$$\begin{aligned} f(4) &= 2 \\ f(8) &= 34 \\ f(10) &= 2 \end{aligned}$$

Precio máximo en el día 8 y mínimo en el día 4 y en el día 10

c) El precio decrece del 2º al 4º día y del 8º al 10º día, y crece del 4º al 8º día

2) $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ $f'(x) = 3ax^2 + 2bx$

$$\left. \begin{array}{l} P(0, 3) \quad Q(1, 8) \\ \text{tgen } x=1: y=2x+6 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(0) = 3 \\ f(1) = 8 \\ f'(1) = 2 \end{array}$$

$$f(0) = \boxed{c = 3}$$

$$\begin{aligned} f(1) &= a + b + 3 = 8 \rightarrow a + b = 5 \\ f'(1) &= 3a + 2b = 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} a + b = 5 \\ 3a + 2b = 2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \boxed{a = -8} \\ \boxed{b = 13} \end{array}$$

Sección 2

Bloque 1

3)

a) $P(\bar{S}) = P(M \cap \bar{S}) + P(C \cap \bar{S}) + P(F \cap \bar{S}) = 0'1 \cdot 0'8 + 0'7 \cdot 0'4 + 0'2 \cdot 0'15 = \boxed{0'39}$

b) $P(M/S) = \frac{P(M \cap S)}{P(S)} = \frac{0'1 \cdot 0'2}{(1 - 0'39)} = \boxed{0'033}$

4.)

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= 4 \\ n &= 12 \\ \bar{X} &= 7'9 \end{aligned}$$

a) $\text{conf} = 95'96\%$
 $\alpha = 0'0404$
 $\frac{\alpha}{2} = \frac{0'0404}{2} = 0'0202$
 $\text{Prob} = 1 - 0'0202 = 0'9798$
 $Z_{\alpha/2} = 2,05$ (tabla)

$$\text{I.C.} = \left[\bar{x} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$I.C. = \left[7'9 - 2'05 \cdot \frac{2}{\sqrt{12}} ; 7'9 + 2'05 \cdot \frac{2}{\sqrt{12}} \right]$$

$$= \boxed{[6,71 ; 9,08]}$$

b) $n = 64$ $conf = 96'52$

$\alpha = 1 - 0'9652 = 0'0348$

$$Error = z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\alpha}{2} = \frac{0'0348}{2} = 0'0174$$

$$Error = 2'11 \cdot \frac{2}{\sqrt{64}} = \boxed{0'5275}$$

$Prob = 1 - 0'0174 = 0'9826$

$z_{\alpha/2} = 2'11$ (tabla)

Bloque 2

3.

$$\begin{array}{l} x \rightarrow \text{Alba} \\ y \rightarrow \text{Pablo} \\ z \rightarrow \text{David} \end{array} \quad \begin{array}{l} a) \quad x + y + z = 72 \\ \quad \quad z = y - x \\ \quad \quad x = z + \frac{y}{3} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 72 \\ x - y + z = 0 \\ 3x - y - 3z = 0 \end{array} \right\}$$

$$b) \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 72 \\ x - y + z = 0 \\ 3x - y - 3z = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} F_2 = F_2 - F_1 \\ F_3 = F_3 - 3F_1 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} x + y + z = 72 \\ -2y = -72 \\ -4y - 6z = -216 \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{y = 36}$$

$x + 36 + 12 = 72$

$\boxed{x = 24}$

$-4 \cdot 36 - 6z = -216$

$\boxed{z = 12}$

4. a)

$$A^2 = A \cdot A = \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & -8 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$2A - I = 2 \cdot \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 & -8 & 4 \\ 4 & -2 & 2 \\ -8 & 8 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 9 & -8 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix} \quad \underline{\underline{\text{Si se cumple}}}$$

b)

$$A^4 = (A^2 \cdot A) \cdot A = [(2A - I) \cdot A] \cdot A$$

$$A^4 = A^3 \cdot A$$

$$A^3 = A^2 \cdot A = \begin{pmatrix} 9 & -8 & 4 \\ 4 & -3 & 2 \\ -8 & 8 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -12 & 6 \\ 6 & -5 & 3 \\ -12 & -12 & -5 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = A^3 \cdot A = \begin{pmatrix} 13 & -12 & 6 \\ 6 & -5 & 3 \\ -12 & -12 & -5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & -4 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -4 & 4 & -1 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 17 & -16 & 8 \\ 8 & -7 & 4 \\ -16 & 16 & -7 \end{pmatrix}}}$$

Sección 3

Bloque 1

5.

$$P(S) = 0'7$$

a)

$$P(D) = 0'2$$

$$P(S \cap D) = 0'12$$

	S	\bar{S}	
D	12	8	20
\bar{D}	58	22	80
	70	30	100

$$P(\bar{S} \cap \bar{D}) = \frac{22}{100} = \underline{22\%}$$

$$b) P(D/S) = \frac{P(D \cap S)}{P(S)} = \frac{\frac{12}{100}}{\frac{70}{100}} = 0'17 \approx \underline{17\%}$$

6.

$$\sigma = 280$$

$$n = 100$$

$$\bar{X} = 486$$

$$a) \text{Conf} = 95\%$$

$$\alpha = 0'05$$

$$\frac{\alpha}{2} = 0'025$$

$$\text{Prob} = 1 - 0'025 = 0'975$$

$$Z_{\alpha/2} = 1,96$$

$$I.C. = \left[\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

$$I.C. = \left[486 - 1'96 \cdot \frac{280}{\sqrt{100}}; 486 + 1'96 \cdot \frac{280}{\sqrt{100}} \right]$$

$$I.C. = [431,12; 540,88]$$

b) Si aumentamos el tamaño, al ser este inversamente proporcional al error permitido, el error disminuirá, con lo cual el I.C. se verá estrechado.

c) Con una mayor confianza el intervalo se amplía, si al 95% ya podíamos aceptar esta media de 500 llamadas, al 99% también quedará incluida esta cifra en el I.C y la podemos tomar por válida.

Bloque 2

5) a)

Continuidad en $x=5$

$$\lim_{x \rightarrow 5^-} (5+t)x - 1 = 5x + tx - 1 = 25 + 5t - 1 = 24 + 5t$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 5^+} -(x+t)^2 + (14+t)x - 30 &= -(x^2 + 2xt + t^2) + 14x + tx - 30 = \\ &= -x^2 - 2xt - t^2 + 14x + tx - 30 = -x^2 - tx - t^2 + 14x - 30 = -25 - 5t - t^2 + 70 - 30 \\ &= -5t - t^2 + 15 \end{aligned}$$

$$f(5) = (5+t) \cdot 5 - 1 = 25 + 5t - 1 = 24 + 5t$$

Para que sea continua:

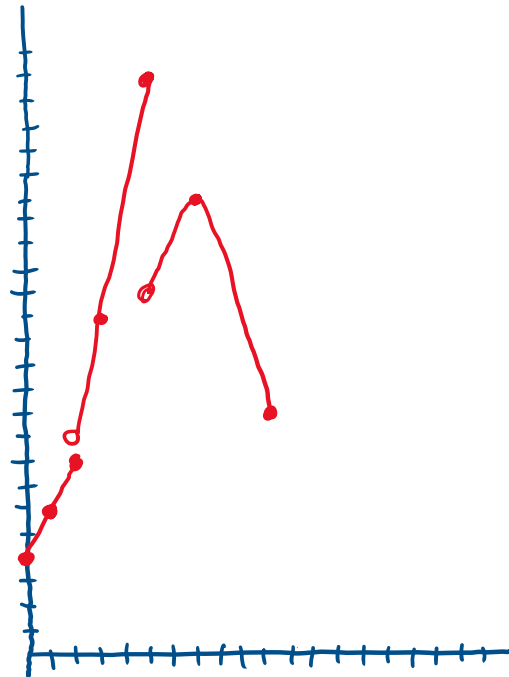
$$24 + 5t = -5t - t^2 + 15$$

$$t^2 + 10t + 9 = 0 \quad \boxed{t = -1}$$

$$\boxed{t = -9}$$

$$b) \quad R(x) = \begin{cases} 2x + 4 & \text{si } 0 \leq x \leq 2 \\ 5x - 1 & \text{si } 2 < x \leq 5 \\ -x^2 + 14x - 30 & \text{si } 5 < x \leq 11 \end{cases}$$

$f(x) = 2x + 4$		$f(x) = 5x - 1$	
x	y	x	y
0	4	2	9
1	6	3	14
2	8	5	24



$$f(x) = -x^2 + 14x - 30$$

$$\text{vértice} \rightarrow x = \frac{-14}{2 \cdot (-1)} = 7$$

x	5	7	10
y	15	19	10

6) $P(t) = 432t - t^3$

a) $P'(t) = 432 - 3t^2$

$432 - 3t^2 = 0$

$t = 12$ $t = -12$

$P(12) = 432 \cdot 12 - 12^3 = 3456$

Se produce máxima afluencia el día 12 y es de 3456 visitantes.

b) La afluencia sube entre el día 8 y el 12, y baja del día 12 al 20.

