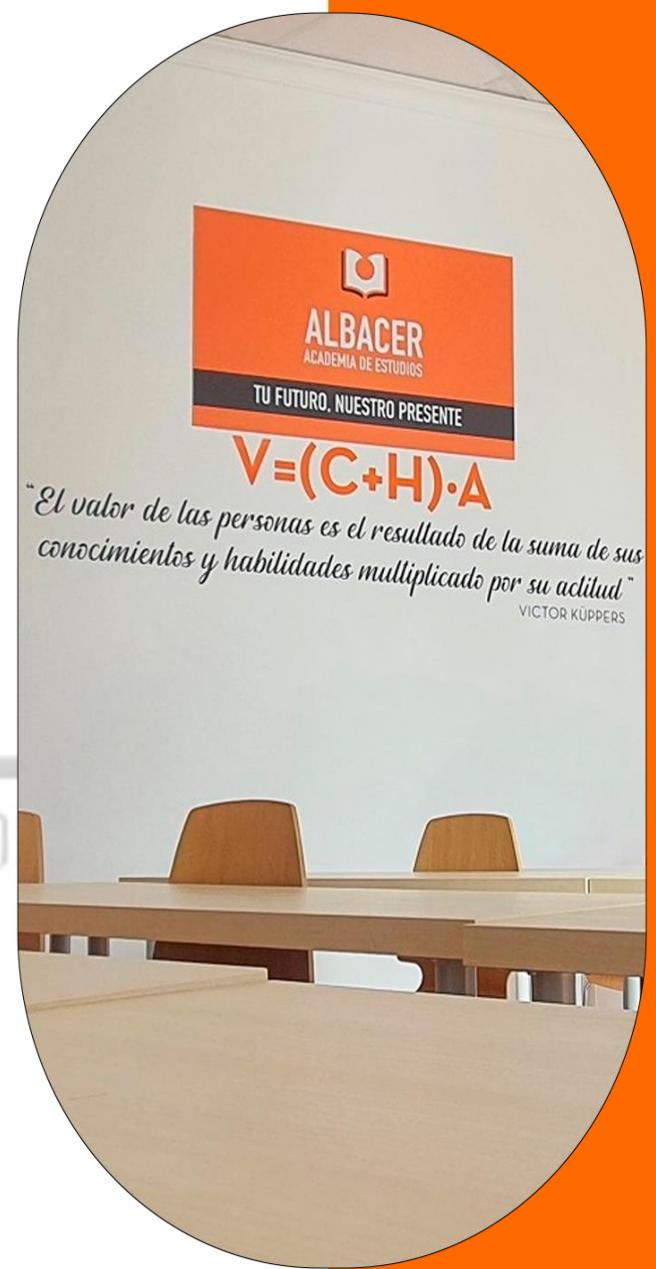


# PAU 2025

Examen Física

Soluciones Julio

Física: Julio 2025



**PROBLEMA 1.-** (2.5 puntos) Recientemente se ha descubierto un exoplaneta con posibilidad de albergar vida. Su nombre es "Gliese 12b" y orbita alrededor de su estrella con nombre "Gliese 12". El exoplaneta presenta un periodo de 12.8 días alrededor de su estrella y la distancia de separación entre ambos es de  $1.05 \cdot 10^7$  km (de centro a centro). El radio del planeta es de 6000 km y su masa de  $5 \cdot 10^{24}$  kg. El radio de la estrella es de  $9 \cdot 10^5$  km. Elige dos apartados a realizar:

- (1.25 puntos) Calcular la velocidad con la que orbita alrededor de la estrella y la masa de la estrella (deducir razonadamente las expresiones).
  - (1.25 puntos) ¿Qué velocidad mínima deberíamos proporcionar a una sonda que se hubiera posado en el planeta para que pudiese escapar de la atracción del planeta? Deducir razonadamente la expresión.
  - (1.25 puntos) Imagínese que un objeto astronómico impacta con el planeta. En la colisión se desprende un trozo pequeño de masa  $m$  del planeta. Este trozo se detiene inmediatamente, y se dirige hacia la estrella con velocidad inicial cero. Halle la velocidad final con la que impactará sobre la superficie de la estrella suponiendo una masa de la estrella de  $M = 5.6 \cdot 10^{29}$  kg.
- Datos:  $G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$ .

a) La velocidad de orbita es aquella en la que el exoplaneta se encuentra en un movimiento circular estable (suponemos órbita aproximadamente circular) respecto a su estrella. Haciendo uso de la definición de velocidad tenemos:

$$v_0 = \frac{2\pi R_0}{T} \approx 5,97 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

Habiendo hallado esta velocidad, podemos aplicar la Ley de Gravitación Universal con la Segunda Ley de Newton ya que no hay más fuerzas externas, utilizando la aceleración centrípeta del movimiento obtenemos:

$$F = M_p a_c = M_p \frac{v_0^2}{R_0} = G \frac{M_p M_e}{R_0^2} \rightarrow M_e = \frac{v_0^2 R_0}{G} \approx 5,6 \cdot 10^{29} \text{ kg}$$

Recordamos que para obtener los resultados exigidos todas las unidades usadas en los enunciados deben convertirse a su unidad correspondiente del sistema internacional (SI).

b) La velocidad que necesita la sonda para escapar del planeta (llamada comúnmente velocidad de escape) es aquella que necesita el cuerpo para "llegar al infinito" con velocidad nula. Si utilizamos la conservación de la energía en este caso, entre la superficie del planeta y el infinito:

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\frac{1}{2} m v_e^2 - G \frac{M_p m}{R_p} = \frac{1}{2} m v_\infty^2 - G \frac{M_p m}{R_\infty} = 0 \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}}$$

Como se observa la energía en el infinito es nula por las condiciones impuestas, lo que nos permite despejar la velocidad de escape, la cual para los datos del problema obtenemos:

$$v_e = \sqrt{\frac{2GM_p}{R_p}} \approx 1,05 \cdot 10^4 \text{ ms}^{-1}$$

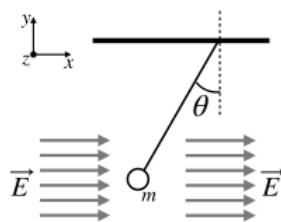
c) De nuevo, haciendo uso de la conservación de la energía entre el punto de desprendimiento del objeto (consideramos que el objeto "sale" desde la superficie del planeta) y su punto de impacto (la superficie de la estrella). Teniendo en cuenta las distancias medidas desde el centro de la estrella obtenemos:

$$E_{m1} = E_{m2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 - G\frac{M_e m}{R_o - R_p} = \frac{1}{2}mv_2^2 - G\frac{M_e m}{R_e}$$

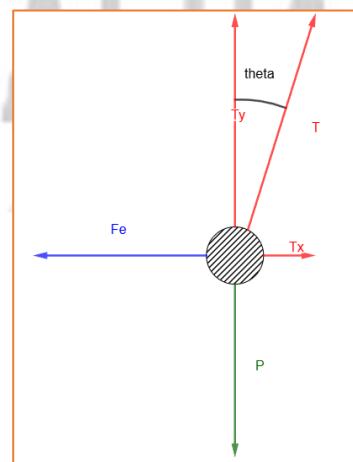
$$v_2 = \sqrt{2GM_e \left( \frac{1}{R_e} - \frac{1}{R_o - R_p} \right)} \approx 2,75 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$$

**PROBLEMA 2.-** (2.5 puntos) Una pequeña bola de masa  $m = 50 \text{ g}$  se ha situado colgando de un hilo dentro de un campo eléctrico uniforme  $\vec{E} = 3000 \hat{i} \text{ V/m}$ , horizontal y dirigido de izquierda a derecha (véase figura). La bola se mantiene en la posición indicada, y tiene una carga eléctrica neta que debemos determinar. El hilo que sostiene la bola forma un ángulo de  $\theta = 25^\circ$  con la vertical. Elige dos apartados a realizar:



- (1.25 puntos) Observando la disposición de la figura, explicar razonadamente cuál es el signo de la carga. Se valorará un esquema de fuerzas adecuado.
- (1.25 puntos) Calcular el valor de la carga y la tensión del hilo que la sostiene.
- (1.25 puntos) Para un valor de la carga de la bola igual a  $10 \mu\text{C}$ . ¿Qué valor debería tener el campo eléctrico para que el ángulo del hilo con la vertical fuese  $45^\circ$ ? En este caso, ¿cuál sería la tensión del hilo?

a) Sobre la masa actúan tres fuerzas distintas: el peso  $P$  en la dirección vertical, la fuerza eléctrica  $F_e$  en la dirección horizontal (hay que recordar que la fuerza eléctrica y el campo tienen la misma dirección siempre), y la tensión  $T$ , que se puede descomponer en sus componentes haciendo uso del ángulo vertical. Es evidente que para que se mantenga el equilibrio es necesario que la fuerza eléctrica se dirija hacia la izquierda, como se muestra en el esquema:



Esto es debido a que es la única forma plausible en la que podría compensarse con la componente horizontal de la tensión. Sabiendo esto y que la fuerza posee la dirección opuesta al campo eléctrico, podemos deducir que la carga necesariamente debe ser negativa.

b) Haciendo uso de la segunda ley de Newton para las componentes vertical y horizontal, la descomposición geométrica de la tensión y la definición de fuerza eléctrica podemos escribir:

$$T_x - F_e = 0 \rightarrow T \sin \theta - qE = 0 \rightarrow T \sin \theta = qE$$

$$T_y - P = 0 \rightarrow T \cos \theta - mg = 0 \rightarrow T \cos \theta = mg$$

Dividiendo ambas expresiones obtenemos el valor de la carga y podemos utilizar cualquier expresión para obtener el valor de la tensión:

$$\frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \operatorname{tg} \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow q = \frac{mg \operatorname{tg} \theta}{E} \approx 7,62 \cdot 10^{-5} C$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} \approx 0,54 N$$

c) Haciendo uso de las expresiones anteriores podemos despejar el campo eléctrico y calcular la tensión:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{qE}{mg} \rightarrow E = \frac{mg \operatorname{tg} \theta}{q} = 4,9 \cdot 10^4 Vm^{-1}$$

$$T = \frac{mg}{\cos \theta} \approx 0,69 N$$

**PROBLEMA 3.-** (2.5 puntos) A una distancia de 30 cm a la izquierda de una lente convergente se sitúa un objeto de 2 cm de altura. La imagen del objeto se forma a 20 cm a la derecha de la lente. Elige dos apartados a realizar:

- (1.25 puntos) Hallar el punto focal de la lente y realizar un trazado de rayos, explicando las reglas de trazado para los rayos que uses. Indica las características de la imagen.
- (1.25 puntos) Determinar numéricamente la potencia de la lente, el aumento lateral del sistema óptico y el tamaño de la imagen.
- (1.25 puntos) Si el objeto se sitúa en el punto focal de la lente y posteriormente en el doble del punto focal, ¿cuál será el aumento lateral en uno y otro caso? Realizar el trazado de rayos indicando como será la imagen formada para cada uno de los dos casos.

a) Conociendo dónde se sitúa tanto el objeto como la imagen es posible realizar el trazado de la imagen, como se muestra a continuación, donde se aprecia el punto focal  $F$ .



Las reglas del trazado de rayos las podemos dividir en los tres rayos principales mostrados:

**Rayo Rojo:** Pasa por el objeto y el centro de la lente, no se desvía.

**Rayo Azul:** Pasa por el objeto de forma paralela al eje óptico (horizontal), y se desvía hacia  $F'$ . Al encontrarse a la izquierda de la lente, sería un rayo virtual, y el real diverge en la dirección contraria a la derecha.

**Rayo Verde:** Pasa por el objeto y  $F$ , sale de forma paralela, en este caso sin llegar a alcanzar el foco, formando una imagen virtual a la izquierda.

Se formará una imagen a la izquierda de la lente (virtual), derecha ya que posee la misma dirección que el objeto, y reducida al ser más pequeña que éste.

b) Para determinarlo numéricamente necesitamos hacer uso de la ecuación de la lente delgada, conociendo la distancia a imagen y objeto y teniendo en cuenta que, por el criterio de signos, ambas distancias son positivas.

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{30} + \frac{1}{20} \rightarrow f' = 12 \text{ cm}$$

La potencia de la lente se define como:

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{0,12} \approx 8,33 \text{ D}$$

Para obtener su aumento utilizamos la relación

$$M = -\frac{y'}{y} = \frac{d'}{d} = \frac{20}{30} = 2/3 \rightarrow y' = yM \approx 1,33 \text{ cm}$$

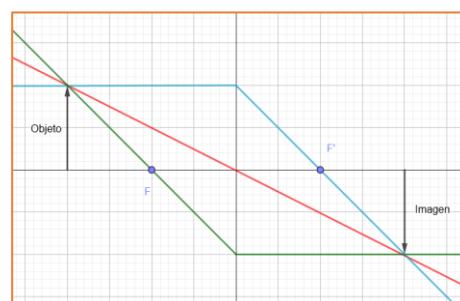
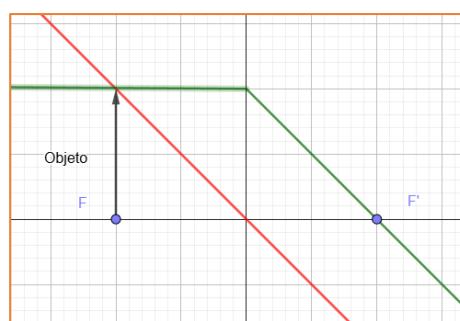
Podemos comprobar que todos los resultados son consistentes al observar las magnitudes de nuestro trazado.

c) Podemos calcular en qué punto aparecería la imagen en ambos casos. En el primero considerando que el objeto se sitúa en el foco  $d = f'$ . En el segundo  $d = 2f'$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f'} + \frac{1}{d'} \rightarrow d' \rightarrow \infty, M \rightarrow \infty$$

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{2f'} + \frac{1}{d'} \rightarrow d' = 2f', M = 1$$

En el primer caso la imagen se encuentra “en el infinito”, no tiene aumento, ya que la imagen no se forma. En el segundo caso, la imagen y el objeto tienen el mismo tamaño, no se produce aumento (aunque si se invierte la imagen). Se pueden mostrar ambos en los siguientes trazados.



**CUESTIONES** (2.5 puntos) Elegir 2 de las siguientes cuestiones:

- a) (1.25 puntos) La masa atómica del plomo-208 ( $Z=82$ ) es 207.9766 u. Determina qué energía se desprende en la formación del núcleo y cuál es su energía de enlace por nucleón.

Datos:  $m_{\text{protón}} = 1.0073 \text{ u}$ ;  $m_{\text{neutrón}} = 1.0087 \text{ u}$ ;  $1 \text{ u} = 931.5 \text{ MeV}$ .

a) En primer lugar calcularemos el defecto de masa, definido como la diferencia entre la masa de los nucleones de un átomo y la masa de dicho átomo. Al contar con la masa y número atómico del elemento, podemos escribir:

$$\Delta = Zm_p + (A - Z)m_n - M_t = 82m_p + (208 - 82)m_n + M_t$$

$$\Delta = 209.6948 - 207.9766 = 1,7182 \text{ u}$$

Este defecto de masa es el encargado de formar los enlaces nucleares, por lo que mediante la equivalencia entre masa y energía podemos escribir:

$$E = 1,7182 \text{ u} \frac{931,5 \text{ MeV}}{1 \text{ u}} \approx 1,601 \text{ MeV}$$

La masa por nucleón será entonces

$$E_n = \frac{1,601}{208} = 7,70 \text{ MeV/nucleón}$$

**b)** (1.25 puntos) Se agita el extremo de una cuerda con una frecuencia de 4 Hz y una amplitud de 6 cm. Si la perturbación se propaga de izquierda a derecha con una velocidad de 1 m/s, escribir la expresión (ecuación de la onda) que representa el movimiento por la cuerda. Las condiciones iniciales son:  $t = 0$  s;  $x = 0$  cm;  $y = -6$  cm.

b) La ecuación de una onda que se propaga en la dirección positiva del eje X puede representarse como:

$$y(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi_0)$$

De los datos del enunciado podemos obtener todos los parámetros del movimiento:

$$A = 6\text{cm} , \omega = 2\pi f = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v_p} = 8 \text{ rad/m}$$

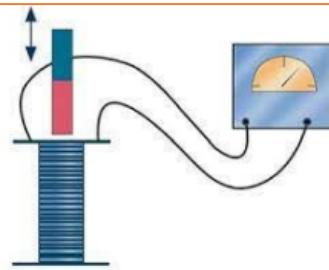
Para la fase inicial utilizamos las condiciones iniciales del problema:

$$y(0,0) = -6 \rightarrow \sin \phi_0 = -1 \rightarrow \phi_0 = -\pi/2 \text{ rad}$$

Con todos estos datos, se obtiene finalmente:

$$y(x, t) = 6 \sin(8\pi t - 8\pi x - \pi/2) \text{ cm}$$

- c) (1.25 puntos) Un estudiante de Física dispone de una bobina formada por un estrecho arrollamiento de espiras de cable conductor y un amperímetro conectado con la misma (ver figura). El estudiante tiene dos imanes: uno de gran potencia y otro poco potente. ¿De qué forma registrará el amperímetro una lectura mayor, si introduce el imán potente y lo deja en reposo en el interior del hueco de la bobina o si mueve el imán menos potente alternativamente hacia dentro y hacia fuera en el hueco de la bobina? Justificar la respuesta.



c) La f.e.m. inducida en una bobina (y por lo tanto la intensidad) depende de la variación del flujo magnético sobre ella, no de la intensidad de dicho campo magnético. Esto implica que es irrelevante el tamaño del imán o su potencia, al menos de cara a la medición de dicha intensidad. Lo que causará una mayor o menos medida será el como variemos dicho flujo. Por lo tanto, en conclusión, podemos decir que el imán menos potente causará una mayor medida en el amperímetro, ya que produce una variación mayor del flujo magnético. De hecho, el primer imán, más potente, no registrará ninguna medida, una vez que se deja en reposo en el interior de la bobina.